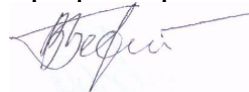


**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное образовательное учреждение высшего
образования «Московский государственный университет технологий и
управления имени К.Г. Разумовского (Первый казачий университет)»
Донской казачий государственный институт пищевых технологий и
бизнеса (филиал) Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования «Московский
государственный университет технологий и управления имени К.Г.
Разумовского (Первый казачий университет)»**

«УТВЕРЖДАЮ»

Заведующий кафедрой «МФиИТ»
доктор физико-математических
наук,
профессор



В.Н. Беркович

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математика

Направление подготовки 19.03.02. «Продукты питания из растительного
сырья»

Профиль подготовки

«Технология хлеба, кондитерских макаронных изделий»

Квалификация

Бакалавр

Ростов-на-Дону, 2017

Рабочая программа учебной дисциплины разработана рабочей группой
в составе: Карташева Л.В, Беркович В.Н.

К.Т.Н., доцент
Павлова И.В.

Григорьев
(ПОДПИСЬ)

Заведующий кафедрой
ученая степень, ученое звание

д. физ – мат н
Беркович В.Н.

(подпись)

Группа компаний
ООО «ЮгПродМаш»
Генеральный директор



Бул

(ПОДПИСЬ)

Н.Г. Безручко

(подпись)

А.Н. Калмыков

Содержание

| | |
|---|----|
| 1.1. Цель и задачи учебной дисциплины | 4 |
| 1.2. Место дисциплины в структуре ОП ВО | 4 |
| 1.3 Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине в рамках планируемых результатов освоения ОП | 4 |
| 2. Объем учебной дисциплины, включая контактную работу обучающегося с преподавателем и самостоятельную работу обучающегося | 7 |
| 3. Содержание учебной дисциплины | 8 |
| 3.1 Учебно-тематический план по очной форме обучения | 10 |
| 3.2 Учебно-тематический план по заочной форме обучения | 11 |
| 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по учебной дисциплине | 13 |
| 5. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по учебной дисциплине | 22 |
| 5.1 Форма промежуточной аттестации обучающегося по учебной дисциплине | 22 |
| 5.2 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения учебной дисциплины | 23 |
| 5.3. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания | 27 |
| 5.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения ОП | 29 |
| 5.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций | 35 |
| 6. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины | 37 |
| 6.1. Основная литература | 37 |
| 6.2. Дополнительная литература | 37 |
| 7. Перечень ресурсов информационно-коммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения учебной дисциплины | 37 |
| 8. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины | 38 |
| 9. Информационно-технологическое обеспечение образовательного процесса по учебной дисциплине | 50 |
| 9.1. Информационные технологии | 50 |
| 9.2. Программное обеспечение | 50 |
| 10. Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по учебной дисциплине | 50 |
| 11. Образовательные технологии | 50 |
| 12 Лист регистрации изменений | 52 |

1. Общие положения

1.1 Цель и задачи учебной дисциплины

Цели дисциплины: изучение студентами математических понятий и методов математики, приобретение умений их использовать и формирование у них соответствующих компетенций, необходимых для решения профессиональных проблем. Основная задача этой учебной дисциплины – научить студента решать различные математические задачи, познакомить его с основными математическими направлениями и методами и научить студента применять полученные знания в своей профессиональной деятельности.

1.2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина “Математика” относится к базовой части математического и естественнонаучного цикла (Б.1) ОП ВО (уровень бакалавриата.)

Дисциплина требует знаний и умений, формируемых в результате освоения школьной программы по элементарной математике.

Освоение дисциплины Математика необходимо как предшествующее для дисциплин математического и естественнонаучного цикла (Б.1) базовой части: аналитическая химия, физическая и коллоидная химия, санитария и гигиена питания и вариативной части: научные основы применения холода в производстве пищевых продуктов, логистика, микробиология, пищевые и биологически активные добавки, технология производства полуфабрикатов и кулинарных изделий, системы управления технологическими процессами и информационные технологии в системах общественного питания.

С дисциплинами профессионального цикла рассматриваемая дисциплина имеет логическую и содержательно-методическую взаимосвязь.

1.3 Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине в рамках планируемых результатов освоения ОП

- обучить студентов основам теоретической и практической математики;
- научить студентов анализировать и обобщать информацию, делать выводы;
- обучить студентов логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь;
- освоить необходимый математический аппарат.

В результате изучения дисциплины студент должен:
знать:

основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии, теории дифференциальных уравнений и элементов теории уравнений математической физики; основы дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики, численных методов;

уметь:

разбираться в профессиональных вопросах, сформулированных на математическом языке; применять математические понятия при описании прикладных задач и использовать математические методы при их решении; использовать базовые знания в области математических дисциплин для управления предприятиями питания.

владеть:

- методами математического описания типовых профессиональных задач и интерпретации полученных результатов.

Процесс освоения учебной дисциплины направлен на формирование у обучающихся следующих **профессиональных компетенций**

ПК – 5,16,19(указываются в соответствии с ФГОС ВО в соответствии с основной профессиональной образовательной программой по направлению подготовки 19.03.02 Продукты питания из растительного сырья профиль подготовки Технология хлеба, кондитерских макаронных изделий (уровень бакалавриата))

Общая трудоемкость дисциплины составляет 360 часов, 10 зачетных единицы

Форма текущего контроля – собеседование, контрольная работа в аудитории, домашнее задание.

Формы промежуточной аттестации - зачет, экзамен

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты:

| Код компетенции | Содержание компетенции | Результаты обучения |
|-----------------|---|---|
| ПК-5 | способностью использовать в практической деятельности специализированные знания фундаментальных разделов физики, химии, биохимии, математики для освоения физических, | Знать: фундаментальных разделов физики, химии, биохимии, математики для освоения физических, химических, биохимических, биотехнологических, микробиологических, теплофизических процессов, происходящих при производстве продуктов питания из растительного сырья |
| | | Уметь: использовать в практической деятельности специализированные знания фундаментальных разделов физики, химии, биохимии, математики |

| Код компетенции | Содержание компетенции | Результаты обучения |
|-----------------|---|---|
| | химических, биохимических, биотехнологических, микробиологических, теплофизических процессов, происходящих при производстве продуктов питания из растительного сырья | Владеть: способностью использовать в практической деятельности специализированные знания фундаментальных разделов физики, химии, биохимии, математики для освоения физических, химических, биохимических, биотехнологических, микробиологических, теплофизических процессов, происходящих при производстве продуктов питания из растительного сырья |
| ПК-16 | готовностью применять методы математического моделирования и оптимизации технологических процессов производства продуктов питания из растительного сырья на базе стандартных пакетов прикладных программ | Знать: методы математического моделирования и оптимизации технологических процессов производства продуктов питания из растительного сырья на базе стандартных пакетов прикладных программ |
| | | Уметь: применять методы математического моделирования и оптимизации технологических процессов производства продуктов питания из растительного сырья |
| | | Владеть: способностью применять методы математического моделирования и оптимизации технологических процессов производства продуктов питания из растительного сырья на базе стандартных пакетов прикладных программ |
| ПК-19 | способностью владеть методиками расчета технико-экономической эффективности при выборе оптимальных технических и организационных решений; способами организации производства и эффективной работы трудового коллектива на основе современных методов управления | Знать: методики расчета технико-экономической эффективности при выборе оптимальных технических и организационных решений; |
| | | Уметь: находить оптимальные технические и организационные решения; способами организации производства и эффективной работы трудового коллектива на основе современных методов управления |
| | | Владеть: методиками расчета технико-экономической эффективности при выборе оптимальных технических и организационных решений; способами организации производства и эффективной работы трудового коллектива |

| Код компетенции | Содержание компетенции | Результаты обучения |
|-----------------|--|---|
| | технических и организационных решений; способами организации производства и эффективной работы трудового коллектива на основе современных методов управления | на основе современных методов управления технических и организационных решений; способами организации производства и эффективной работы трудового коллектива на основе современных методов управления |

2 Объем учебной дисциплины, включая контактную работу обучающегося с преподавателем и самостоятельную работу обучающегося

2.1. Объем дисциплины и виды учебной работы очной - формы обучения

| Вид учебной работы | Количество зачетных единиц по семестрам | | | Семестр | | |
|---|---|---|---|---------|---------|---------|
| | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 |
| Аудиторные занятия (всего) | | | | 72 | 68 | 36 |
| Лекции | | | | 36 | 34 | 18 |
| Практические занятия (ПЗ) | | | | 36 | 34 | 18 |
| Лабораторные работы | | | | | | |
| Самостоятельная работа (всего) | | | | 36 | 22 | 72 |
| Контрольная работа (для заочной формы обучения) | | | | | | |
| Формы текущего контроля | | | | | 18 | 36 |
| Формы промежуточной аттестации (зачет, экзамен) | | | | зачет | экзамен | экзамен |
| Итого зачетных единиц 10 | 3 | 4 | 3 | | | |
| Итого, часов 360 | | | | 108 | 108 | 144 |

2.2. Объем дисциплины и виды учебной работы заочной формы обучения

| Вид учебной работы | Количество зачетных единиц | | Курс | |
|---|----------------------------|-----------|-----------------|---------|
| | 1 КУРС | 2 КУРС | 1 | 2 |
| Аудиторные занятия (всего) | | | 20 | 4 |
| Лекции | | | 10 | 2 |
| Практические занятия (ПЗ) | | | 10 | 2 |
| Лабораторные работы | | | | |
| Самостоятельная работа (всего) | | | 183 | 131 |
| Контрольная работа (для заочной формы обучения) | | | | |
| Формы текущего контроля | | | 13 | 9 |
| Формы промежуточной аттестации (зачет, экзамен) | | | зачет и экзамен | экзамен |
| зачетных единиц | 6 | 4 | | |
| Итого, часов | | | 216 | 144 |

Самостоятельная работа – изучение студентами теоретического материала, подготовка к лекциям, лабораторным работам, практическим и семинарским занятиям, оформление конспектов лекций, написание рефератов, отчетов, курсовых работ, проектов, работа в электронной образовательной среде и др. для приобретения новых теоретических и фактических знаний, теоретических и практических умений.

Виды самостоятельной учебной работы: курсовой проект или курсовая работ, расчетно-графическая работа, написание реферата, выполнение типового расчета

3 Содержание дисциплины

Тема I. Линейная алгебра

Цели, задачи, предмет и метод дисциплины. Межпредметные связи дисциплины “Математика”, ее роль и место в естественнонаучном цикле дисциплин.

Системы линейных уравнений (СЛУ). Понятие матрицы, ранг матрицы. Метод Гаусса. Теорема Кронекера – Капелли.

Понятие определителя n -го порядка. Способы вычисления и свойства определителей. Формулы Крамера для решения систем линейных уравнений.

Операции с матрицами и их свойства. Обратная матрица и способы ее нахождения. Матричная запись системы линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений с помощью обратной матрицы.

Тема II. Векторная алгебра и аналитическая геометрия

Понятие n -мерного вектора и n -мерного арифметического пространства R^n . Свойства операций с векторами. Геометрический смысл пространств R^2 и R^3 . Скалярное произведение векторов в R^n и его свойства. Длина вектора, угол между векторами.

Координатный метод. Различные виды уравнения прямой на плоскости. Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от

точки до прямой. Понятие о кривых второго порядка: эллипсе, гиперболе, параболе. Уравнения прямой и уравнения плоскости в пространстве R^3 . Расстояние от точки до плоскости.

Тема III. Введение. Понятие функции. Предел и непрерывность функций

Понятие функции. Способы задания функций. Элементарные функции. Простейшие неэлементарные функции. Числовая последовательность и ее предел. Предел функции. Основные теоремы о пределах. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Односторонние пределы. Два замечательных предела. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций.

Тема IV Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Определение производной. Дифференцируемость и непрерывность функций. Геометрический, физический и экономический смысл производной. Правила дифференцирования (включая производные сложной и обратной функции). Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя. Дифференциал функции, его связь с производной. Геометрический смысл дифференциала и его использование в приближенных вычислениях. Производные и дифференциалы высших порядков.

Исследование функций с помощью дифференциального исчисления. Условия возрастания и убывания функций. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия существования экстремума. Выпуклость графика функции. Точки перегиба и их нахождение. Асимптоты. Общая схема исследования функции.

Формулы Тейлора и Маклорена. Примеры разложения элементарных функций по формуле Маклорена.

Тема V. Интегральное исчисление функций одной переменной

Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов. Основные методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций.

Определенный интеграл как предел интегральных сумм. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Геометрические приложения определенного интеграла: площадь плоской фигуры, объем тела вращения. Несобственные интегралы.

Тема VI Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Понятие функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функций нескольких переменных. Частные производные 1-го и 2-го порядка. Дифференциал функции. Производная по направлению. Градиент и его свойства.

Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия для случая двух независимых переменных. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции нескольких переменных. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.

Тема VII. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Понятие о дифференциальном уравнении. Семейство решений. Теорема существования и единственности решения (без доказательства). Задача Коши. Геометрическое истолкование решения. Общее и частное решение дифференциального уравнения.

Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Метод вариации постоянной.

Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Структура общего решения. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Подбор частного решения при специальном виде правой части.

Тема VIII. Числовые и функциональные ряды

Числовые ряды. Сумма ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Свойства рядов. Признаки сравнения. Признаки сходимости: Даламбера, Коши. Знакопередающиеся ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница.

Функциональные ряды. Степенные ряды. Радиус, интервал и область сходимости. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена или Тейлора. Использование рядов для приближенных вычислений.

Тема IX. Основные понятия и основные теоремы теории вероятностей. Схема Бернулли.

Предмет и задачи теории вероятностей. Статистические закономерности, примеры применения теории вероятностей в экономике.

Опыт, случайное событие. Относительная частота, ее устойчивость. Построение математической модели случайного опыта: пространство элементарных исходов. Алгебраические операции над событиями. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Примеры вероятностных моделей. Классическая вероятностная схема. Элементы комбинаторики. Геометрическая вероятность.

Условная вероятность. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Независимость событий. Формулы полной вероятности и Байеса. Схема Бернулли.

Тема X. Случайные величины, их функциональные и числовые характеристики

Определение случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Ряд распределения и функция распределения дискретной случайной величины. Плотность распределения и функция распределения непрерывной случайной величины. Основные числовые характеристики случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение) и их свойства.

Распределения дискретных случайных величин: биномиальное, Пуассона. Распределения непрерывных случайных величин: равномерное, показательное, нормальное. Центральная предельная теорема (в упрощенной формулировке Ляпунова), локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.

Понятие случайного вектора (системы случайных величин) на примере двух случайных величин. Функция распределения случайного вектора. Независимые случайные величины. Числовые характеристики системы случайных величин: ковариация, коэффициент корреляции двух случайных величин.

Тема XI. Математическая статистика

Предмет и основные задачи математической статистики. Выборка и способы ее представления. Эмпирическая функция распределения. Гистограмма и полигон относительных частот. Числовые характеристики выборочного распределения.

Точечные оценки параметров распределения по выборке. Оценки математического ожидания и дисперсии случайной величины и свойства этих оценок. Квантиль распределения. Интервальные оценки: доверительные интервалы и доверительная вероятность. Доверительные интервалы для параметров нормально распределенной генеральной совокупности.

Проверка статистических гипотез: постановка задачи, виды гипотез, критерий и статистика критерия. Уровень значимости, критическая область. Этапы проверки параметрической статистической гипотезы при помощи критерия значимости. Ошибки 1-го и 2-го рода. Примеры: проверка гипотез о математическом ожидании и дисперсии нормально распределенных генеральных совокупностей, о виде распределения генеральной совокупности (критерий χ^2).

Тема XII. Численные методы

Понятие о численных методах. Виды погрешности. Численные методы нахождения интегралов.

Тема XIII. Теория графов

Основные понятия теории графов. Ориентированные и неориентированные графы. Плоские графы. Изоморфизм графов. Подграфы.

3.1 Учебно – методический план по очной форме обучения

Очная форма обучения 1 курс 1 семестр

| № п/п | Наименование темы дисциплины | Лек. | Практ. зан. | СРС | Перечень компетенций |
|----------|---|------|----------------|-----|-------------------------|
| 1 | Линейная алгебра | 12 | 14 | 12 | ПК – 5, 16, 19 |
| 2 | Векторная алгебра и аналитическая геометрия | 12 | 12 | 12 | ПК – 16, 19 |
| 3 | Введение. Понятие функции. Предел и непрерывность функций | 12 | 10 | 12 | ПК – 16, 19 |
| | Итого | 36 | 36 | 36 | |

Очная форма обучения 1 курс 2 семестр

| № п/п | Наименование темы дисциплины | Лек. | Практ. зан. | СРС | Перечень компетенций |
|----------|--|------|----------------|-----|-------------------------|
| 1. | Дифференциальное исчисление функций одной переменной | 11 | 10 | 6 | ПК – 16, 19 |
| 2 | Интегральное исчисление функций одной переменной | 9 | 10 | 6 | ПК – 16, 19 |
| 3. | Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных | 6 | 4 | 4 | ПК – 16, 19 |
| 4. | Обыкновенные дифференциальные уравнения | 8 | 10 | 6 | ПК – 16, 19 |
| | Итого | 34 | 34 | 22 | |

Очная форма обучения 2 курс 1 семестр

| № п/п | Наименование темы дисциплины | Лек. | Практ. зан. | СРС | Перечень компетенций |
|----------|---|------|----------------|-----|-------------------------|
| 1 | Числовые и функциональные ряды | 3 | 3 | 12 | ПК – 16, 19 |
| 2 | Основные понятия и основные теоремы теории вероятностей. Схема Бернулли | 5 | 5 | 14 | ПК – 16, 19 |
| 3 | Случайные величины, их функциональные и числовые характеристики | 4 | 4 | 14 | ПК – 16, 19 |
| 4 | Математическая статистика | 2 | 2 | 12 | ПК – 16, 19 |
| 5 | Численные методы | 3 | 3 | 10 | ПК – 16, 19 |
| 6 | Теория графов | 1 | 1 | 10 | ПК – 16, 19 |

| | | | | | |
|--|-------|----|----|----|--|
| | Итого | 18 | 18 | 72 | |
|--|-------|----|----|----|--|

3.2 Учебно – методический план по заочной форме обучения

Заочная форма обучения 1курс

| № п/п | Наименование темы дисциплины | Лек. | Практ. зан. | СРС | Перечень компетенций |
|----------|---|------|----------------|-----|-------------------------|
| 1 | Линейная алгебра | 2 | 2 | 30 | ПК – 5, 16, 19 |
| 2 | Векторная алгебра и аналитическая геометрия | 1 | 1 | 20 | ПК – 5, 16, 19 |
| 3 | Введение. Понятие функции. Предел и непрерывность функций | 1 | 1 | 20 | ПК – 5, 16, 19 |
| 4. | Дифференциальное исчисление функций одной переменной | 2 | 2 | 30 | ПК – 5, 16, 19 |
| 5 | Интегральное исчисление функций одной переменной | 2 | 2 | 30 | ПК – 5, 16, 19 |
| 6. | Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных | 1 | 1 | 20 | ПК – 5, 16, 19 |
| 7 | Обыкновенные дифференциальные уравнения | 1 | 1 | 33 | ПК – 5, 16, 19 |
| | Итого | 10 | 10 | 183 | |

Заочная форма обучения 2курс

| № п/п | Наименование темы дисциплины | Лек. | Практ. зан. | СРС | Перечень компетенций |
|----------|---|------|----------------|-----|-------------------------|
| 1 | Числовые и функциональные ряды | 1 | | | ПК – 5,16, 19 |
| 2 | Основные понятия и основные теоремы теории вероятностей. Схема Бернулли | 1 | | | ПК – 5, 16, 19 |
| 3 | Случайные величины, их функциональные и числовые характеристики | | 1 | | ПК – 5, 16, 19 |
| 4 | Математическая статистика | | 1 | | ПК – 5, 16, 19 |
| 5 | Численные методы | | | | ПК – 5, 16, 19 |
| 6 | Теория графов | | | | ПК – 5, 16, 19 |
| | Итого | 2 | 2 | 131 | ПК – 5, 16, 19 |

Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

| № п/п | Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин | № № разделов данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин | | | | | | | | |
|-------|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 11 |
| 1. | Физика | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 11 |
| 2. | Аналитическая химия | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | |
| 3. | Биохимия | 1 | 2 | 4 | 6 | 9 | 10 | 12 | 13 | |
| 4. | Органическая химия в пищевых биотехнологиях, | 2 | 4 | 6 | 11 | | | | | |
| 5. | Физико-химические методы исследования | 2 | 4 | 5 | 11 | | | | | |
| 6. | Физическая и коллоидная химия | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | | | |
| 7. | Экономика и организация производства. | 2 | 4 | 5 | 6 | 9 | 11 | | | |
| 8. | Экология | 1 | 9 | 10 | | | | | | |
| 9. | Проектирование предприятий отрасли | 2 | 4 | 8 | 9 | 10 | 12 | 13 | | |

4. Учебно – методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по учебной дисциплине

Самостоятельная работа студентов предусмотрена настоящей рабочей программой. Целью самостоятельной работы является глубокое усвоение дисциплины

ПРИМЕРНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ПО ТЕМАМ КУРСА МАТЕМАТИКИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ:

Тема I. Линейная алгебра.

1. Какие СЛУ называются совместными? Приведите пример несовместной СЛУ.
2. Назовите виды элементарных преобразований над строками расширенной матрицы системы. Опишите последовательность действий в методе Гаусса.
3. Какие переменные называются свободными?
4. Какое решение называется базисным? Приведите пример небазисного решения.
5. Сформулируйте свойства определителей.
6. В чем состоит правило Крамера?
7. Что такое алгебраическое дополнение элемента матрицы?
8. Напишите формулу элемента обратной матрицы.
9. Чему равен ранг матрицы?
10. Приведите пример вырожденной матрицы.
11. Приведите пример некоммутирующих матриц.

Тема II.. Векторная алгебра и аналитическая геометрия.

1. Сформулируйте два правила сложения векторов.
2. Как записывается скалярное произведение в декартовых координатах?
3. Какие вектора называются линейно-зависимыми?
4. Чему равен ранг системы векторов?
5. Может ли базис трёхмерного пространства содержать 4 вектора?
1. Как выражаются функции угла между прямыми через их угловые коэффициенты?
2. Выведите условия параллельности и перпендикулярности прямых.
3. Равен ли ранг системы векторов рангу соответствующей им матрицы?
4. Дайте определение и приведите примеры уравнений окружности, эллипса, гиперболы, параболы.
5. Выведите каноническое уравнение плоскости.
6. Как преобразовать векторное уравнение прямой в параметрическое?

Тема III.. Введение. Предел и непрерывность функции.

1. Что изучает математика? Существует ли в природе некоторая вещественная область, являющаяся предметом изучения математики?
2. Сформулируйте определение понятия функции. Что называется областью определения функции?
3. Какие функции называются элементарными?
4. Какой вид имеют графики функций $y = a^x$ при $a > 1$, $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \arcsin x$, $y = \operatorname{arctg} x$? Укажите области определения и множества значений этих функций. Какие из этих функций являются чётными, нечётными или периодическими?
5. При каких условиях число b называется пределом функции $f(x)$ при стремлении x к числу 2, к бесконечности $-\infty, +\infty$? Прочитайте формулы $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ и объясните их смысл.
6. Пределом какой функции при $x \rightarrow 0$ является число e ? Найдите приближенное значение числа e с точностью до двух значащих цифр после запятой.
7. Как называется и обозначается логарифм числа x по основанию e ?
8. Какому числу равен предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$?
9. Какие правила применяются при вычислении пределов суммы, разности и отношения двух функций?
10. Как определяется непрерывность функции $f(x)$ в точке a ?

Тема IV. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

1. Сформулируйте определение производной. Каков геометрический смысл производной?
2. Функция имеет производную в данной точке. Следует ли отсюда, что она непрерывна в этой точке?
3. Сформулируйте теоремы Ролля и Лагранжа. Каков геометрический смысл этих теорем? Сформулируйте теорему Коши.
4. В чем заключается правило Лопиталя? При каких условиях применяется правило Лопиталя? Перечислите различные типы неопределённостей, для раскрытия которых может быть использовано это правило. Приведите примеры.
5. Что называется дифференциалом функции? Приведите примеры.

6. Каковы признаки возрастания и убывания функции?
7. Что такое экстремум функции? Каковы необходимые и достаточные условия экстремума? Приведите примеры.
8. Приведите пример, показывающий, что обращение производной в нуль не является достаточным условием экстремума.
9. Как найти интервалы выпуклости и точки перегиба графика функции? Приведите примеры.

Тема V. Интегральное исчисление функций одной переменной.

1. Сформулируйте определение первообразной функции. Докажите, что любые две первообразные одной и той же функции отличаются на константу.
2. Что называется неопределённым интегралом?
3. Сформулируйте основные правила вычисления неопределённого интеграла.
4. Выведите формулу интегрирования по частям из правила дифференцирования произведения функций.
5. Приведите пример неинтегрируемой функции.
6. Что называется интегральной суммой функции $f(x)$ на отрезке $[a; b]$.
7. Какая фигура называется криволинейной трапецией? По какой формуле вычисляется её площадь?
8. Получите формулу Ньютона-Лейбница.
9. Перечислите свойства определённого интеграла.
10. Какие свойства определённого интеграла отличают его от неопределённого интеграла?
11. В чём состоят определение и геометрический смысл несобственного интеграла с бесконечным пределом интегрирования?

Тема VI. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

1. Сформулируйте определения частных производных, градиента, производной по направлению.
2. Что называется полным приращением и полным дифференциалом функции двух переменных?
3. Приведите примеры непрерывных, но недифференцируемых функций двух переменных.
3. Приведите пример недифференцируемой функций двух переменных, имеющей частные производные.
4. Каковы необходимые условия минимума (максимума) функции двух переменных? Приведите пример критической точки функции двух переменных, не являющейся точкой локального экстремума.
5. Каковы достаточные условия минимума (максимума) функции двух переменных? Приведите пример, когда в точке минимума достаточные условия не выполняются.
6. Что такое условный экстремум? Какими методами решается задача отыскания условного экстремума?

Тема IX. Основные понятия и основные теоремы теории вероятностей. Схема Бернулли.

1. Найдите число перестановок из 10 элементов.
2. Дайте классическое определение вероятности.
3. Выведите классическое определение вероятности из аксиом.

- Получите формулу числа сочетаний из n элементов.
- Для каких событий вероятность суммы равна сумме вероятностей?
- Для каких событий вероятность произведения равна произведению вероятностей?
- Сформулируйте теорему о полной вероятности. Приведите пример неполной группы событий.

Тема X. Случайные величины, их функциональные и числовые характеристики.

- Дайте определение дискретной случайной величины.
- Дайте определение непрерывной случайной величины.
- Приведите формулу математического ожидания дискретной случайной величины.
- Приведите формулу математического ожидания непрерывной случайной величины.
- Выведите свойства дисперсии, исходя из свойств математического ожидания.
- Какое распределение называется биномиальным?
- Выведите формулу Бернулли, используя теоремы теории вероятностей.
- Чему равно приближенное значение вероятности попадания в заданный интервал биномиальной случайной величины по предельной теореме Муавра-Лапласа.
- Запишите формулу Пуассона и вычислите сумму всех вероятностей.
- Среднее значение случайной величины в два раза больше дисперсии. Может ли она быть распределена по закону Пуассона?
- Вычислите числовые характеристики равномерного, нормального и показательного распределений.
- Что называется совместным распределением случайных величин?
- Как найти распределение случайных величин, зная их совместное распределение?
- Чему равна плотность совместного распределения независимых случайных величин?
- Вычислите матрицу ковариаций нормально распределенного случайного вектора.

Тема XI. Математическая статистика.

- Дайте определение генеральной совокупности.
- Что такое выборка? Какую выборку следует считать представительной?
- Подбросьте монету 50 раз и постройте статистический ряд распределения случайного числа выпадения цифры при 5 подбрасываниях монеты в серии из 10 опытов. Сравните результат с теоретическим значением, найденным по формуле Бернулли.
- Что такое доверительный интервал?
- Сформулируйте общие требования к статистическим оценкам.
- Какие оценки параметров распределения называются несмещенными?
- Приведите формулу исправленной выборочной дисперсии и объясните, почему она «исправлена».
- Откуда следует устойчивость среднего выборочного значения случайной величины?
- Что такое ошибки первого и второго рода? Какие из них «опаснее»?
- Как связаны уровень значимости и доверительная вероятность для двустороннего критерия?
- При каких условиях применим критерий Стьюдента?
- Какую гипотезу проверяют по критерию Фишера?
- Сформулируйте критерий Пирсона.

Оценочные средства для входного контроля.

ТЕСТЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ ВХОДНЫХ ЗНАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ

- Найдите значение выражения $4^{6p} \cdot 4^{-4p}$ при $p = \frac{1}{4}$.
 1) 1 2) 2 3) 32 4) 4

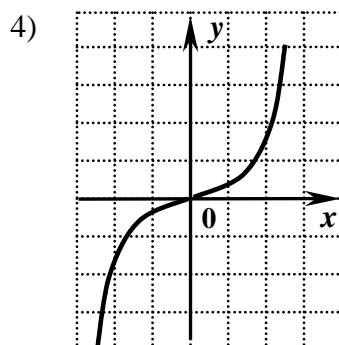
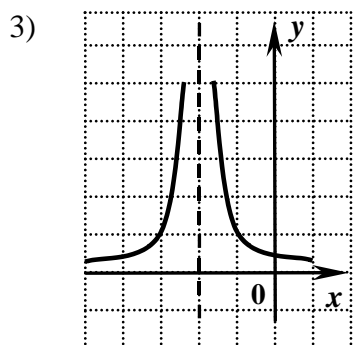
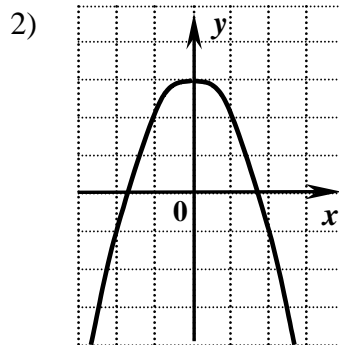
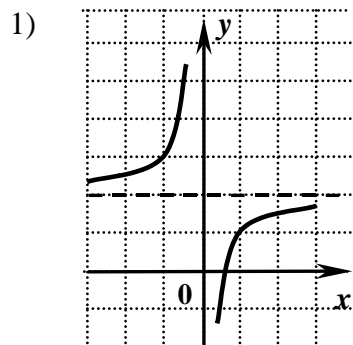
2. Упростите выражение $\frac{\sqrt[3]{54} \cdot \sqrt{16}}{\sqrt[3]{250}}$.

- 1) 1,2 2) $\frac{6 \cdot \sqrt[3]{2}}{5}$ 3) 2,4 4) $\sqrt[3]{2}$

3. Найдите значение выражения $\log_4(64c)$, если $\log_4 c = -3,5$.

- 1) -6,5 2) -0,5 3) -10,5 4) -67,5

4. На каком из следующих рисунков изображен график нечетной функции?



5. Найдите производную функции $y = (x-3)\cos x$.

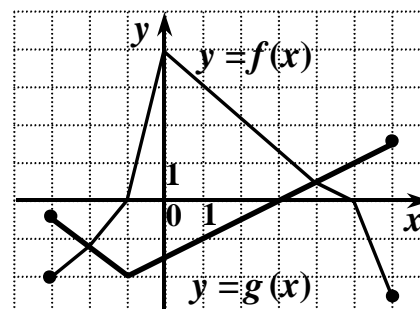
- 1) $y' = \cos x + (x-3)\sin x$ 2) $y' = (x-3)\sin x - \cos x$
 3) $y' = \cos x - (x-3)\sin x$ 4) $y' = -\sin x$

6. Укажите множество значений функции $y = 2^x + 5$.

- 1) $(5; +\infty)$ 2) $(0; +\infty)$ 3) $(-\infty; +\infty)$ 4) $(7; +\infty)$

7. На рисунке изображены графики функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$, заданных на промежутке $[-3; 6]$. Укажите множество всех значений x , для которых выполняется неравенство $f(x) \geq g(x)$.

- 1) $[-1; 5]$
 2) $[-3; -2] \cup [4; 6]$
 3) $[-3; -1] \cup [5; 6]$



4) $[-2; 4]$

8. Найдите область определения функции $f(x) = \frac{25}{3 - \sqrt[4]{x}}$.

- 1) $[0; 3) \cup (3; +\infty)$ 2) $[0; +\infty)$
 3) $[0; 81) \cup (81; +\infty)$ 4) $(-\infty; 81) \cup (81; +\infty)$

9. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}}(7x - 21) > \log_{\frac{1}{2}}(6x)$.

- 1) $(-\infty; 21)$ 2) $(3; 21)$ 3) $(3; +\infty)$ 4) $(21; +\infty)$

10. Решите уравнение $2\cos\left(\frac{\pi}{4}x\right) - 1 = 0$.

- 1) $\pm\frac{4}{3} + 8n, \quad n \in \mathbb{Z}$ 2) $\frac{4}{3} + 8n, \quad n \in \mathbb{Z}$
 3) $\pm\frac{2}{3} + 4n, \quad n \in \mathbb{Z}$ 4) $\frac{2}{3} + 4n, \quad n \in \mathbb{Z}$

11. Решите уравнение $7 \cdot 5^{\log_5 x} = x + 21$.

12. Найдите значение выражения $5 \sin(\pi + \alpha) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\sin \alpha = 0,5$.

13. Решите уравнение $x^2 \sqrt{x-1} - 4\sqrt{x-1} = 0$.

(Если уравнение имеет более одного корня, то в ответе запишите сумму всех его корней).

14. Найдите значение выражения $2^x - y$, если $(x; y)$ является

решением системы уравнений
$$\begin{cases} 7 \cdot 2^x + 6y = 2 \\ 2^{x+1} - 3y = 43. \end{cases}$$

15. Найдите значение выражения $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+2\sqrt{x-1}}$ при $x = 1,2007$.

16. Найдите наименьший корень уравнения $\log_3(x+1)^2 + \log_3|x+1| = 6$.

17. Периодическая функция $y = f(x)$ определена для всех действительных чисел. Её период равен 2 и $f(1) = 5$. Найдите значение выражения $3f(7) - 4f(-3)$.

18. Денежный вклад в банк за год увеличивается на 11 %. Вкладчик внес в банк 7000 рублей. В конце первого года он решил увеличить сумму вклада и продлить срок действия договора еще на год, чтобы в конце второго года иметь на счету не менее 10000 рублей. Какую наименьшую сумму необходимо дополнительно положить на счет по окончании первого года, чтобы при той же процентной ставке (11 %) реализовать этот план? (Ответ округлите до целых.)

19. Высота правильной четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равна 8, а сторона основания равна $6\sqrt{2}$. Найдите расстояние от вершины A до плоскости $A_1 BD$.

20. Дан ромб ABCD с острым углом B. Площадь ромба равна 320, а синус угла B равен 0,8. Высота CH пересекает диагональ BD в точке K. Найдите длину отрезка CK.

21. Найдите значение функции $f(x) = 10^{\lg \frac{x^3 - 3x}{x+5} - \log_{0,1}(x+5)}$ в точке максимума.
22. Решите уравнение $\sin 2x \cdot \operatorname{tg} x + 1 = 3 \sin x$.
23. Найдите все значения x , которые удовлетворяют неравенству $(2a-1)x^2 < (a+1)x + 3a$ при любом значении параметра a , принадлежащем промежутку $(1; 2)$.

Оценочные средства текущего контроля.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

Вариант №1

1. Решить систему с помощью метода Гаусса:
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = -6 \\ -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 11 \\ -3x_1 + 10x_2 - 8x_3 = 11 \end{cases}$$
2. Исследовать систему на совместность. В случае совместности выяснить, является система определенной или неопределенной.
$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = 3 \\ 3x_1 + 10x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + 11x_3 = 1 \end{cases}$$
3. Решить систему с помощью правила Крамера:
$$\begin{cases} 6x_1 + 7x_2 = 4 \\ 4x_1 + 5x_2 = 2 \end{cases}$$
4. Вычислить определитель:
$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 7 & 8 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$
5. Найти матрицу $A \cdot B^T + 3A$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$.
6. Найти координаты вектора $\bar{b}(-4; 12; 5)$ в базисе $\{\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3\}$, если $\bar{a}_1 = (1; 3; -2)$, $\bar{a}_2 = (1; -1; -1)$, $\bar{a}_3 = (-2; 1; 3)$.
7. Даны векторы $\bar{a}(2; 3; 6)$ и $\bar{b}(3; 1; 4)$. Найти $(\bar{a} + \bar{b}) \cdot (2\bar{a} - \bar{b})$.
8. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(2; 1)$ и точку пересечения прямых $y = x - 3$ и $y = -2x + 12$.

Вариант №2

1. Решить систему с помощью метода Гаусса:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -4 \\ -3x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 7 \end{cases}$$
2. Исследовать систему на совместность. В случае совместности выяснить, является система определенной или неопределенной.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 = 3 \\ x_1 - 5x_2 + 13x_3 = 9 \end{cases}$$

3. Решить систему с помощью обратной матрицы: $\begin{cases} 5x_1 + 4x_2 = 1 \\ 7x_1 + 6x_2 = 3 \end{cases}$

4. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & 5 \end{vmatrix}$.

5. Найти матрицу $2B - A^T \cdot B$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

6. Найти координаты вектора $\bar{b} (8; 15; 2)$ в базисе $\{\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3\}$, если $\bar{a}_1 = (3; 4; 1)$, $\bar{a}_2 = (1; 5; 1)$, $\bar{a}_3 = (-1; -8; -3)$.

7. Найти $(2\bar{a} + \bar{b}) \cdot (\bar{a} - \bar{b})$, если $|\bar{a}| = 1$, $|\bar{b}| = 3$, $\bar{a} \cdot \bar{b} = 2$.

8. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(2; 8)$, параллельно прямой, проходящей через точки $M_1(1; 6)$ и $M_2(3; 8)$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

Вариант №1

1. Найти следующие пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 6}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + 3x^2 - 10}{21x^3 - x + 5}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{25 - 3x^2} - 5}{x^2}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 5x}{\operatorname{tg}^2 3x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x - 1}{7x + 1} \right)^{3x}$.

2. Найти производные следующих функций:

а) $y = 5 \arcsin x + \sqrt[3]{x^2} - 3e^x$; б) $y = \ln x \cdot \cos x$; в) $y = \frac{x^3}{x^5 + 1}$.

3. Найти производные следующих функций:

а) $y = \sin(e^x + 1)$; б) $y = e^{\operatorname{tg} x}$.

4. Составить уравнение касательной к графику функции $y = 2 \ln x + 1$ в точке с абсциссой $x_0 = e$.

5. Найти промежутки возрастания и убывания и точки локального максимума и локального минимума функции $y = \frac{2}{3}x^3 + 3x^2 + 4x + 5$.

6. Найти промежутки выпуклости вверх и вниз и точки перегиба графика функции $y = x^4 - 24x^2$.

Вариант №2

1. Найти следующие пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 4x + 3}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x^2 + 5}{7x^5 + x^4 - x + 1}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 7x}{\operatorname{tg} 8x \cdot \sin 5x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+4}{3x-2} \right)^{2x}$.

2. Найти производные следующих функций:

а) $y = \sin x + 2 \arccos x + \frac{1}{x^2}$; б) $y = e^x \cdot \operatorname{arctg} x$; в) $y = \frac{\ln x}{x^3 + x}$.

3. Найти производные следующих функций:

а) $y = \operatorname{tg}(x^2 + 2)$; б) $y = \ln(\cos x)$.

4. Составить уравнение касательной к графику функции $y = \frac{1}{2x+3}$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.

5. Найти промежутки возрастания и убывания и точки локального максимума и локального минимума функции $y = -x^3 + \frac{15}{2}x^2 - 12x + 10$.

6. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x}$ с помощью правила Лопиталя.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

Вариант №1

- Найти интегралы: а) $\int \frac{\sqrt{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2} dx$; б) $\int x e^{-x} dx$.
- Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt[3]{x}$, $x = 8$, $y = 0$.
- Дано дифференциальное уравнение $xy' - 2y = x^3 \sin x$. Найти:
а) общее решение этого уравнения; б) частное решение, удовлетворяющее начальному условию $y(\pi) = 0$.
- Найти точки локального экстремума функции $z = -3x^2 + 6xy + y^3 - 10$.
- Найти градиент функции $z = \sin(x^2 + 2y) - 2e^x y + y^2$.

Вариант №2

- Найти интегралы: а) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^2 x}$; б) $\int x \sin \frac{x}{2} dx$.
- Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{1}{x^3}$, $y = x$, $x = 2$, $y = 0$.
- Дано дифференциальное уравнение $y' - 5y = \frac{e^{5x}}{x^2}$. Найти:
а) общее решение этого уравнения; б) частное решение, удовлетворяющее начальному условию $y(\pi) = 0$.
- Найти точки локального экстремума функции $z = -3x^2 + 6xy + y^3 - 10$.

Найти градиент функции $z = \sin(x^2 + 2y) - 2e^x y + y^2$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №4

Вариант № 1

1. Событие $A = \{\text{при трех подбрасываниях игральной кости шестерка выпала не менее двух раз}\}$, событие $B = \{\text{при трех подбрасываниях игральной кости шестерка выпала не более двух раз}\}$. Сформулировать словесно, что означают события \bar{A} и AB .
2. Среди кандидатов на студенческую конференцию - 7 первокурсников и 5 второкурсников. Из этого состава наугад выбирают трех человек. Найти вероятность того, что среди них будут одни второкурсники.
3. На контроль поступила партия деталей из цеха. Известно, что в среднем 5% всех деталей не удовлетворяет стандарту. Найти вероятность того, что среди четырех взятых деталей две детали не будут удовлетворять стандарту.
4. В первом гараже - 4 легковых автомобиля и 6 грузовых, а во втором - 6 легковых и 4 грузовых. Из второго гаража в первый перегнали один наугад отобранный автомобиль. Какова вероятность того, что вызванный наугад автомобиль из 1-го гаража оказался легковым?
5. Из трех стрелков наугад выбирают одного и он делает выстрел по мишени. Выбор каждого стрелка равновероятен. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,8, для второго - 0,7, для третьего - 0,9. Найти вероятность того, что был выбран второй стрелок, если известно, что мишень была поражена.

Вариант № 2

1. Событие $A = \{\text{при пяти выстрелах было хотя бы одно попадание}\}$, событие $B = \{\text{при пяти выстрелах было не более двух попаданий}\}$. Сформулировать словесно, что означают события \bar{A} и AB .
2. Из колоды в 36 карт выбирают три карты. Найти вероятность того, что все три карты - шестерки.
3. Вероятность поломки компьютера в течение года эксплуатации равна 0,06. Найти вероятность того, что из трех наугад взятых компьютеров два сломаются в течение года эксплуатации.
4. Для проведения зачета было составлено 20 задач. Из 15 человек, пришедших сдавать зачет, 6 человек умеют решать 15 задач, а остальные - только 10 задач. Найти вероятность того, что вызванный наудачу студент сумеет решить задачу.
5. Имеется два ящика с яблоками. В первом ящике пятая часть яблок - сорта "шафран", во втором - шестая часть. Наугад выбирают ящик и достают яблоко. Оно оказалось сорта "шафран". Найти вероятность того, что яблоко достали из первого ящика.

Методические указания для организации самостоятельной работы студентов обучающихся по учебной дисциплине «» утверждены на заседании Учебно-методического Совета ДКГИПТиБ (филиала) 29.08.16, протокол №1.

5.Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по учебной дисциплине

5.1.Форма промежуточной аттестации обучающегося по учебной дисциплине

| № п/п | Форма обучения | Форма промежуточной аттестации |
|-------|----------------|--------------------------------|
| 1. | ОФО | ЗАЧЕТ, ЭКЗАМЕН, ЭКЗАМЕН |
| 2. | ЗФО | ЗАЧЕТ, ЭКЗАМЕН, ЭКЗАМЕН |

5.2.Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения учебной дисциплины

| № п/п | Наименование темы дисциплины | Содержание темы |
|-------|--|---|
| 1. | • Линейная алгебра ПК – 5,16,19 | Цели, задачи, предмет и метод дисциплины. Межпредметные связи дисциплины “Математика”, ее роль и место в естественнонаучном цикле дисциплин. Системы линейных уравнений (СЛУ). Понятие матрицы, ранг матрицы. Метод Гаусса. Теорема Кронекера – Капелли. Понятие определителя n-го порядка. Способы вычисления и свойства определителей. Формулы Крамера для решения систем линейных уравнений. Операции с матрицами и их свойства. Обратная матрица и способы ее нахождения. Матричная запись системы линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений с помощью обратной матрицы. |
| .2 | Векторная алгебра и аналитическая геометрия ПК – 5,16,19 | Понятие n-мерного вектора и n-мерного арифметического пространства R^n . Свойства операций с векторами. Геометрический смысл пространств R^2 и R^3 . Скалярное произведение векторов в R^n и его свойства. Длина вектора, угол между векторами. Координатный метод. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой. Понятие о кривых второго порядка: эллипсе, гиперболе, параболе. |

| | | |
|---|--|--|
| | | Уравнения прямой и уравнения плоскости в пространстве R^3 . Расстояние от точки до плоскости. |
| 3 | Введение. Понятие функции. Предел и непрерывность функций ПК – 5,16,19 | Понятие функции. Способы задания функций. Элементарные функции. Простейшие неэлементарные функции. Числовая последовательность и ее предел. Предел функции. Основные теоремы о пределах. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Односторонние пределы. Два замечательных предела. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций. |
| 4 | Дифференциальное исчисление функций одной переменной. ПК – 5,16,19 | <p>Определение производной. Дифференцируемость и непрерывность функций. Геометрический, физический и экономический смысл производной. Правила дифференцирования (включая производные сложной и обратной функции). Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя. Дифференциал функции, его связь с производной. Геометрический смысл дифференциала и его использование в приближенных вычислениях. Производные и дифференциалы высших порядков.</p> <p>Исследование функций с помощью дифференциального исчисления. Условия возрастания и убывания функций. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия существования экстремума. Выпуклость графика функции. Точки перегиба и их нахождение. Асимптоты. Общая схема исследования функции.</p> <p>Формулы Тейлора и Маклорена. Примеры разложения элементарных функций по формуле Маклорена.</p> |
| 5 | Интегральное исчисление функций одной переменной ПК – 5,16,19 | <p>Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов. Основные методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций.</p> <p>Определенный интеграл как предел интегральных сумм. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Геометрические приложения определенного интеграла: площадь плоской фигуры, объем тела вращения. Несобственные интегралы.</p> |

| | | |
|---|--|--|
| 6 | Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных ПК – 5,16,19 | <p>Понятие функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функций нескольких переменных. Частные производные 1-го и 2-го порядка. Дифференциал функции. Производная по направлению. Градиент и его свойства.</p> <p>Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия для случая двух независимых переменных. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции нескольких переменных. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.</p> |
| 7 | Обыкновенные дифференциальные уравнения ПК – 5,16,19 | <p>Понятие о дифференциальном уравнении. Семейство решений. Теорема существования и единственности решения (без доказательства). Задача Коши. Геометрическое истолкование решения. Общее и частное решение дифференциального уравнения.</p> <p>Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Метод вариации постоянной.</p> <p>Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Структура общего решения. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Подбор частного решения при специальном виде правой части.</p> |
| 8 | Числовые и функциональные ряды ПК – 5,16,19 | <p>.</p> <p>Числовые ряды. Сумма ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Свойства рядов. Признаки сравнения. Признаки сходимости: Даламбера, Коши. Знакопередающиеся ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница.</p> <p>Функциональные ряды. Степенные ряды. Радиус, интервал и область сходимости. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена и Тейлора. Использование рядов для приближенных вычислений.</p> <p>.</p> |

| | | |
|----|---|--|
| 9 | <p>Основные понятия и основные теоремы теории вероятностей. Схема Бернулли. ПК – 5,16,19</p> | <p>Предмет и задачи теории вероятностей. Статистические закономерности, примеры применения теории вероятностей в экономике.</p> <p>Опыт, случайное событие. Относительная частота, ее устойчивость. Построение математической модели случайного опыта: пространство элементарных исходов. Алгебраические операции над событиями. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Примеры вероятностных моделей. Классическая вероятностная схема. Элементы комбинаторики. Геометрическая вероятность.</p> <p>Условная вероятность. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Независимость событий. Формулы полной вероятности и Бейеса. Схема Бернулли.</p> |
| 10 | <p>Случайные величины, их функциональные и числовые характеристики ПК – 5,16,19</p> | <p>Определение случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Ряд распределения и функция распределения дискретной случайной величины. Плотность распределения и функция распределения непрерывной случайной величины. Основные числовые характеристики случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение) и их свойства.</p> <p>Распределения дискретных случайных величин: биномиальное, Пуассона. Распределения непрерывных случайных величин: равномерное, показательное, нормальное. Центральная предельная теорема (в упрощенной формулировке Ляпунова), локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.</p> <p>Понятие случайного вектора (системы случайных величин) на примере двух случайных величин. Функция распределения случайного вектора. Независимые случайные величины. Числовые характеристики системы случайных величин: ковариация, коэффициент корреляции двух случайных величин.</p> <p>Тема XIII. Теория графов</p> <p>Основные понятия теории графов. Ориентированные и неориентированные графы. Плоские графы. Изоморфизм графов. Подграфы.</p> |

| | | |
|----|--|---|
| 11 | Математическая статистика ПК – 5,16,19 | <p>Предмет и основные задачи математической статистики. Выборка и способы ее представления. Эмпирическая функция распределения. Гистограмма и полигон относительных частот. Числовые характеристики выборочного распределения.</p> <p>Точечные оценки параметров распределения по выборке. Оценки математического ожидания и дисперсии случайной величины и свойства этих оценок. Квантиль распределения. Интервальные оценки: доверительные интервалы и доверительная вероятность. Доверительные интервалы для параметров нормально распределенной генеральной совокупности.</p> <p>Проверка статистических гипотез: постановка задачи, виды гипотез, критерий и статистика критерия. Уровень значимости, критическая область. Этапы проверки параметрической статистической гипотезы при помощи критерия значимости. Ошибки 1-го и 2-го рода. Примеры: проверка гипотез о математическом ожидании и дисперсии нормально распределенных генеральных совокупностей, о виде распределения генеральной совокупности (критерий χ^2).</p> |
| 12 | Численные методы ПК – 5,16,19 | Понятие о численных методах. Виды погрешности. Численные методы нахождения интегралов. |
| 13 | Теория графов ПК – 5,16,19 | . Основные понятия теории графов. Ориентированные и неориентированные графы. Плоские графы. Изоморфизм графов. Подграфы. |

5.3.Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

1. Шкалы оценивания:

Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация осуществляется в рамках накопительной балльно-рейтинговой системы в 100-балльной шкале. Оценивается по 100-балльной шкале.

Рейтинговый балл по дисциплине (итоговый рейтинг) складывается из рейтинговой оценки текущей работы студента на аудиторных занятиях, рейтинговой оценки знаний по

результатам текущего контроля, рейтинговой оценки на промежуточной аттестации по дисциплине. Количество баллов, набранных студентом в течение семестра, не может превышать 100 баллов (с учетом премиальных).

Максимальная рейтинговая оценка успеваемости студента за семестр по результатам текущей работы и текущего контроля знаний с учетом премиальных баллов составляет:

- 70 баллов, для дисциплин, заканчивающихся экзаменом

- 80 баллов, для дисциплин, заканчивающихся зачетом.

Ответ студента на экзамене может быть максимально оценен в 30 баллов, на зачете – 20 баллов.

Для сопоставления 100-балльной системы и традиционных оценок принимается следующая шкала:

По результатам экзамена с дифференцированной оценкой:

- 90-100 баллов (оценка «отлично») - изложенный материал фактически верен, наличие глубоких исчерпывающих знаний в объеме пройденной программы дисциплины в соответствии с поставленными программой курса целями и задачами обучения; правильные, уверенные действия по применению полученных знаний на практике, грамотное и логически стройное изложение материала при ответе, усвоение основной и знакомство с дополнительной литературой;

- 70-89 баллов (оценка «хорошо») - наличие твердых и достаточно полных знаний в объеме пройденной программы дисциплины в соответствии с целями обучения, правильные действия по применению знаний на практике, четкое изложение материала, допускаются отдельные логические и стилистические погрешности, обучающийся усвоил основную литературу, рекомендованную в рабочей программе дисциплины;

- 60-69 баллов (оценка удовлетворительно) - наличие твердых знаний в объеме пройденного курса в соответствии с целями обучения, изложение ответов с отдельными ошибками, уверенно исправленными после дополнительных вопросов; правильные в целом действия по применению знаний на практике;

- менее 60 баллов (оценка неудовлетворительно) - ответы не связаны с вопросами, наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять знания на практике, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы».

По результатам зачета

- 60-100 баллов (оценка «зачтено») - изложенный материал фактически верен, наличие глубоких исчерпывающих знаний в объеме пройденной программы дисциплины в соответствии с поставленными программой курса целями и задачами обучения; правильные, уверенные действия по применению полученных знаний на практике, грамотное и логически стройное изложение материала при ответе, усвоение основной и знакомство с дополнительной литературой;

- - менее 60 баллов (оценка «не зачтено») - ответы не связаны с вопросами, наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять знания на практике, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и вопросы.

2. Распределение баллов, формирующих рейтинговую оценку работы студента, осуществляется следующим образом:

| Виды работ | Максимальное количество баллов |
|------------------------------------|--------------------------------|
| Посещаемость | 20 |
| Текущий и рубежный контроль | 20 |
| Творческий рейтинг | 20 |
| Промежуточная аттестация (экзамен) | 30 |
| ИТОГО | 100 |

Оценочные средства для самоконтроля обучающихся.

5.4 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения ОП

К каждому практическому занятию по текущим темам студенты самостоятельно решают в качестве домашних заданий задачи из сборников задач, указанных в списке литературы (см. п. **6.1.Основная литература по дисциплине**)

Помимо этого ниже приводится список заданий и вопросов различной сложности, которые могут быть использованы для самостоятельной работы студентов с целью углубленного изучения предмета.

Вопросы и задания для подготовки к зачету и экзамену

Тема I..Линейная алгебра.

- Доказать, что элементарные преобразования приводят равносильной системе линейных уравнений.
- Доказать, что элементарные преобразования СЛУ могут быть заменены на умножение на некоторые «элементарные» матрицы.
- Обосновать метод Гаусса нахождения обратной матрицы.
- Вывести формулы Крамера из формулы разложения определителя по строке и по «ложной» строке.
- Решить примеры из задачника по теме .
- Доказать теорему о ранге матрицы.

- Вычислить определитель матрицы
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 9 & 16 & 25 \\ 8 & 27 & 64 & 125 \end{pmatrix}.$$

- Доказать теорему о единственности определителя третьего порядка. Вывести из нее теорему об определителе произведения матриц.
- Доказать, что умножение матриц некоммукативно.

Тема II. Векторная алгебра и аналитическая геометрия.

1. Вывести формулу для скалярного произведения в произвольном базисе.
2. Доказать что при элементарных преобразованиях сохраняется линейная зависимость системы векторов.
3. Доказать, что число векторов базиса не зависит от базиса.
4. Решить примеры из задачника по теме .
5. Вывести формулу расстояния от точки до прямой и плоскости.

Тема III. Предел и непрерывность функций.

1. Привести примеры элементарных и неэлементарных функций.
2. Привести примеры сходящихся и расходящихся числовых последовательностей.
3. Доказать эквивалентность определения предела по Гейне и по Коши.
4. Доказать, что первый замечательный предел равен 1.
5. Привести пример функции, имеющий разрывы 2-го рода.
6. Привести контр - примеры на основные теоремы о непрерывной на отрезке функции, для случая полуинтервала.

Тема IV. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

1. Привести примеры функций, недифференцируемых на бесконечном ограниченном множестве.
2. Вывести правила вычисления эластичности функции, аналогичные правилам дифференцирования.
3. Найти формулы Маклорена произвольного порядка для функции $\sqrt{1+x}$.

Тема V. Интегральное исчисление функций одной переменной.

1. Доказать формулу интегрирования по частям для неопределенного интеграла.
2. Доказать теорему единственности неопределенного интеграла.
3. Вывести таблицу неопределенных интегралов.
4. Найти точное значение интеграла $\int_0^1 \sqrt{1+x^2} dx$.
5. Вычислить с точностью до 0.001 интеграл $\int_0^{\pi} \frac{\sin x}{x} dx$
6. Найти приближенное значение $\int_0^1 \sqrt{1+x^2} dx$ по формуле трапеций с $n = 10$.
7. Доказать теорему о среднем для определенного интеграла от непрерывной функции.
8. Доказать теорему о дифференцировании определенного интеграла от непрерывной функции по верхнему пределу.
9. Оценить интеграл $\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^4} dx$.

Тема VI Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

1. Привести пример функции двух переменных непрерывной, но не имеющей частных производных в нуле.
2. Изучить метод множителей Лагранжа.
3. Решить примеры из задачника по теме.

Тема IX. Основные понятия и основные теоремы теории вероятностей. Схема Бернулли.

1. Привести пример независимых и зависимых событий.
2. Привести примеры совместных и несовместных событий.
3. Вывести основные комбинаторные формулы.
4. Доказать самостоятельно формулу полной вероятности.
5. Вывести формулу Бернулли.
6. Решить примеры из задачника по теме.

Тема X. Случайные величины, их функциональные и числовые характеристики.

1. Постройте функцию распределения для числа успехов в 7 независимых испытаниях, если вероятность успеха в одном испытании равна $p = 0,5$.
2. Докажите свойства функции распределения случайной величины.
3. Найдите среднее значение показательного распределенной случайной величины.
4. Найдите среднее значение пуассоновской случайной величины.
5. Выведите основные свойства математического ожидания случайной величины.
6. Найдите числовые характеристики биномиального распределения.
7. Найдите числовые характеристики нормального распределения.
8. Решить примеры из задачника по теме.
9. Запишите ряд распределения числа успехов в серии $n = 6$ независимых испытаний для вероятности успеха в одном испытании $p = 0,5$.
10. Построить функцию распределения биномиальной случайной величины из задания 1.
11. Найти приближенное значение вероятности попадания в заданный интервал $[35, 45]$ биномиальной случайной величины с $n = 80$ и $p = 0,5$ по предельной теореме Муавра-Лапласа.
12. Записать формулу Пуассона для параметра $\lambda = 3$ и $n = 6$.
13. Вычислите числовые характеристики равномерного, нормального и показательного распределений.

Тема XI. Математическая статистика.

1. Провести серию из 10 испытаний, состоящих в 6 кратном подбрасывании монеты.
2. Найти выборочное среднее и выборочную дисперсию числа успехов.
3. Составить гистограмму.
4. Построить эмпирическую функцию распределения.
5. Построить доверительный интервал с уровнем значимости 0,01, предполагая распределение числа успехов нормально распределенным.
6. Решить примеры из задачника по теме.

. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

- в форме зачета (1 ЧАСТЬ)

1. Векторы и линейные операции над ними. Арифметическое n – мерное векторное пространство R^n . Геометрический смысл пространств R^2 и R^3 .
2. Скалярное произведение векторов и его свойства. Длина вектора, угол между векторами.
3. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
4. Базис пространства R^n . Разложение вектора по произвольному базису

5. Определители 2-го и 3-го порядка и их свойства.
6. Определители n -го порядка и их свойства.
7. Матрицы и действия с ними. Свойства операций над матрицами.
8. Обратная матрица и способы ее нахождения.
- 9 Системы линейных уравнений , основные понятия.
7. Решение систем линейных уравнений с помощью формул Крамера и с помощью обратной матрицы.
- 8 Метод Гаусса
9. Система m линейных уравнений с n неизвестными. Базисные и свободные неизвестные.
10. Однородная система 3-х линейных уравнений. Теорема.
- 11 Ранг матрицы. Теорема Кронекера – Капелли. 3
12. Различные виды уравнения прямой на плоскости. Угол между прямыми.
13. Прямая и плоскость в пространстве. .
14. Понятие функции.
- 15.Способы задания функций. Примеры. Элементарные функции.
16. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Примеры.
17. Предел функции. Основные теоремы о пределах. Второй замечательный предел.
18. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Первый замечательный предел.
19. Предел функции. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация. Примеры.

- в форме экзамена (2часть)

- 1.Функции, непрерывные на отрезке (определение). Свойства функций, непрерывных на отрезке.
2. Производная функции, её геометрический и механический смысл. Дифференцируемость и непрерывность функции.
3. Производные элементарных функций.
4. Основные правила дифференцирования.
5. Дифференциал функции и его использование в приближенных вычислениях.
- 6.Производные и дифференциалы высших порядков.
7. Теорема Ферма.
8. Теорема Ролля.
9. Теорема Лагранжа.
10. Теорема Коши. Правило Лопиталья.
11. Возрастание и убывание функции. Исследование возрастания и убывания функции с помощью производной.
12. Экстремум функции. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума.
13. Формулы Тейлора и Маклорена.
14. Выпуклость графика функции. Исследование выпуклости с помощью второй производной. Точки перегиба.
15. Асимптоты. Общая схема исследования функций.
16. Эластичность функции, анализ спроса и предложения.
17. Простейшие оптимизационные задачи в области технологии продукции и организации общественного питания.
18. Понятие функции нескольких переменных, предел и непрерывность, частные производные и дифференциал.

19. Производная функции двух переменных по направлению. Градиент и его свойства.
20. Необходимое и достаточное условия локального экстремума функции двух переменных.
21. Первообразная. Понятие неопределенного интеграла.
22. Свойства неопределенного интеграла. Табличные интегралы.
23. Замена переменной в неопределенном интеграле. Формула интегрирования по частям.
24. Определенный интеграл, его геометрический смысл и свойства. Формула Ньютона - Лейбница.
25. Замена переменной в определенном интеграле и интегрирование по частям.
26. Геометрические приложения определенного интеграла.
27. Приближенные методы вычисления определенного интеграла.
28. Несобственные интегралы. Определение, примеры.
29. Дифференциальные уравнения 1-го порядка.
30. Геометрическое истолкование решения.
31. Общее и частное решения.
32. Задача и теорема Коши.
33. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными.
34. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
35. Теорема об общем решении однородного уравнения
36. Теорема об общем решении неоднородного уравнения.
37. Метод вариации постоянных.
38. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка. Теоремы об общем решении однородного и неоднородного уравнений.
39. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Нахождение общего решения однородного уравнения.
40. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Подбор частного решения неоднородного уравнения при специальном виде правой части.

- в форме экзамена (3 часть)

2 курс очная и заочная формы обучения

1. Числовые ряды. Сумма ряда. Необходимое условие сходимости ряда
2. . Свойства рядов. Теоремы сравнения
3. .Признаки сходимости Даламбера, Коши.
4. Знакопередающиеся ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница.
5. Функциональные ряды. Степенные ряды. Радиус, интервал и область сходимости.
6. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора. Использование рядов для приближенных вычислений.
7. Основные понятия теории вероятностей. Операции над событиями.
8. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Классическая вероятностная схема.
9. Элементы комбинаторики и вычисление вероятности событий. Геометрическая вероятность.
10. Теорема сложения вероятностей.
11. Условная вероятность. Независимость событий. Теорема умножения вероятностей.
12. Формула полной вероятности.
13. Формула Байеса.
14. Вероятность событий в схеме Бернулли.
15. Локальная и интегральная теоремы Муавра – Лапласа.
16. Определение случайной величины. Функция распределения и ее свойства.

17. Ряд распределения, полигон и функция распределения дискретной случайной величины.
18. Плотность распределения и функция распределения непрерывной случайной величины.
19. Математическое ожидание дискретной и непрерывной случайной величины.
20. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной и непрерывной случайной величины.
21. Распределения дискретных случайных величин: биномиальное, Пуассона. Их числовые характеристики.
22. Равномерное и показательное распределения, их числовые характеристики.
23. Нормальное распределение и его числовые характеристики
24. Понятие случайного вектора на примере системы двух случайных величин. Закон распределения системы двух дискретных случайных величин. Условные законы распределения. Независимые случайные величины.
25. Числовые характеристики системы случайных величин.
26. Выборка из генеральной совокупности. Гистограмма.
27. Статистический ряд распределения случайной величины, гистограмма.
28. Статистические оценки числовых параметров распределения и их свойства.
29. Доверительный интервал.
30. Понятие об ошибках первого и второго рода, уровень значимости.
31. Проверка гипотез по критерию Стьюдента.
32. Проверка гипотез по критерию Фишера.
33. Проверка гипотез по критерию Пирсона.
34. Понятие о численных методах. Виды погрешности.
35. Понятие о численных методах решения интегралов.
36. Основные понятия теории графов.
37. Ориентированные и неориентированные графы. Плоские графы. Изоморфизм графов. Подграфы.

Билеты (варианты тестов) к зачету и экзамену состоят из нескольких теоретических вопросов, выбранных из приведенных выше списков, и задач, аналогичных решаемым на практических занятиях.

ОБРАЗЕЦ БИЛЕТА ДЛЯ СОБЕСЕДОВАНИЯ

Вариант №1

1. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 - 9x + 20} = ?$
2. Найти промежутки возрастания и убывания и точки локального максимума и локального минимума функции $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 5x - 8$.
3. Найти градиент функции $z = \sin(x^2 + 2y) - 2e^x y + y^2$.
4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{1}{x^3}$, $y = x$, $x = 2$, $y = 0$.
5. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 3y' + 2y = x^2$.
6. Сформулировать признак Даламбера сходимости ряда.
7. В чем состоят постановки краевых задач для уравнения Лапласа?

Вариант №2

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x \cdot \sin x}{\sin 5x \cdot \sin 8x} = ?$

2. Найти производную функции $y = \frac{\ln x}{x^2 + 2} - 3 \sin x + \cos x \cdot e^x$.

3. Найти точки локального экстремума функции $z = -3x^2 + 6xy + y^3 - 10$.

4. Найти интеграл $\int x^7 \ln x dx$.

5. Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$ на сходимость.

6. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами (общие формулы).

5.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Описание видов оценочных средств и критериев оценивания компетенций, а также шкал оценивания

| Код(ы) компетенции (ий) | Вид оценочных средств | Критерии и шкалы оценивания |
|-------------------------|--------------------------|--|
| ПК – 5,16,19 | Промежуточная аттестация | <p>Критериями оценки ответа являются:</p> <ul style="list-style-type: none"> - 90-100 баллов (оценка «отлично») - изложенный материал фактически верен, наличие глубоких исчерпывающих знаний в объеме пройденной программы дисциплины в соответствии с поставленными программой курса целями и задачами обучения; правильные, уверенные действия по применению полученных знаний на практике, грамотное и логически стройное изложение материала при ответе, усвоение основной и знакомство с дополнительной литературой; - 70-89 баллов (оценка «хорошо») - наличие твердых и достаточно полных знаний в объеме пройденной программы дисциплины в соответствии с целями обучения, правильные действия по применению знаний на практике, четкое изложение материала, допускаются отдельные логические и стилистические погрешности, обучающийся усвоил основную литературу, рекомендованную в рабочей программе дисциплины; |

| | | |
|--------------|---|--|
| | | <p>- 60-69 баллов (оценка удовлетворительно) - наличие твердых знаний в объеме пройденного курса в соответствии с целями обучения, изложение ответов с отдельными ошибками, уверенно исправленными после дополнительных вопросов; правильные в целом действия по применению знаний на практике;</p> <p>- менее 60 баллов (оценка неудовлетворительно) - ответы не связаны с вопросами, наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять знания на практике, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы».</p> |
| ПК – 5,16,19 | Дискуссии, доклады (с компьютерными презентациями) | <p>25 баллов выставляется студенту, если он продемонстрировал глубокое знание темы дискуссии; умение излагать свои идеи, мысли; умение отстаивать свою позицию; умение делать выводы и прогнозировать развитие ситуации;</p> <p>20 баллов выставляется студенту, если он продемонстрировал знание темы дискуссии; умение излагать свои идеи, мысли; умение делать выводы;</p> <p>15 баллов выставляется студенту, если он продемонстрировал знание темы дискуссии; умение излагать свои идеи, мысли, однако не умеет делать аргументированные выводы;</p> <p>10 баллов выставляется студенту, если он продемонстрировал знание темы дискуссии, однако не уверенно излагает свои идеи, мысли.</p> |

Примерная бально – рейтинговая карта по дисциплине.

Виды учебной работы

Максимальный балл Зачетный балл

| | | |
|--|-----|----|
| Посещение лекций | 20 | 10 |
| Подготовка и выполнение домашнего задания | 50 | 30 |
| Текущий контроль | 20 | 10 |
| Промежуточная аттестация экзамен | 30 | 10 |
| Итого по дисциплине | 100 | 60 |

Студенты дневного отделения в I семестре выполняют два индивидуальных домашних задания (тема I и тема II) и контрольную работу в аудитории (тема III). Два раза сдают коллоквиум (тема I и темы II и III)

Во 2 семестре – два домашних индивидуальных задания (темы IV и V) и аудиторная контрольная работа (темы VI и VII). Два раза сдают коллоквиум (все темы)

В 3 семестре студенты дневного отделения выполняют два индивидуальных домашних задания (тема IX и тема XII) и контрольную работу в аудитории (тема VIII). Два раза сдают коллоквиум (все темы)

6. Перечень основной и дополнительной учебной литературы для освоения учебной дисциплины

6.1. Основная литература по дисциплине

1. Дерезина НП, Карташева Л.В. Элементы теории вероятностей и математической статистики Ростов – на – Дону, Изд. ПИ ЮФУ, 2015.
2. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М., Юрайт, 2016.
3. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М., Юрайт, 2012.
4. Минорский В. П. Сборник задач по высшей математике. М., Физматлит, 2012.
5. Битнер Г.Г. Теория вероятностей феникс Р/Д, 2012, Мин. Обр.науки
6. Попов А.М, Сотников ВН Высшая математика для экономистов. Для бакалавров Юрайт.М 2012

6.2. Дополнительная литература

1. Фомин Г.П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности. М., Финансы и статистика, 2011.
2. Кудрявцев В. А., Демидович Б. П. Краткий курс высшей математики. М., Наука, 2011.

7. Перечень ресурсов информационно-коммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения учебной дисциплины

Интернет – ресурсы

www.Math-Net.ru – имеется свободный доступ (по истечении 3-х лет со дня публикации) к математическим журналам Отделения Математики РАН,
<http://en.wikipedia.ru> – созданная пользователями интернет-энциклопедия,
<http://mathworld.wolfram.com> – краткие энциклопедические статьи по математике,
<http://eqworld.ipmnet.ru> – решение различных типов уравнений, в том числе, дифференциальных,
<http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk> – статьи по истории математики

Прикладные программы и пакеты прикладных программ:

Eclipse, NetBeans, Adobe Reader, jdk.

Интернет-ресурсы:

<http://www.eclipse.org/>

<http://netbeans.org/>

<http://www.osborne.com>

8. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Задание №1. Аналитическая геометрия на плоскости.

Даны вершины треугольника A(1;3), B(-2;0), C(2;-1). Найти:

- а) уравнение стороны АВ;
- б) уравнение высоты СД, опущенной на АВ;
- в) уравнение медианы ВЕ;
- г) точку пересечения F прямых СД и ВЕ;
- д) уравнение прямой, проходящей через вершину С параллельно АВ. Сделать чертеж.

Решение: а) Прямая АВ проходит через две заданные точки A(1;3),

B(-2;0). Воспользуемся формулой: $\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}$;

$$\frac{x - 1}{-3} = \frac{y - 3}{-3} \rightarrow x - 1 = y - 3, y = x + 2.$$

Таким образом, $y = x + 2$ – уравнение прямой АВ. Угловой коэффициент АВ $k_{AB} = 1$.

б) Вначале найдем угловой коэффициент прямой $CD \perp AB$. Воспользуемся условием перпендикулярности прямых: $k_{CD} = -\frac{1}{k_{AB}} = -1$.

ТАК КАК ИСКОМАЯ ПРЯМАЯ ПРОХОДИТ ЧЕРЕЗ ТОЧКУ С (2;-1), ТО ЕЕ УРАВНЕНИЕ БУДЕМ ИСКАТЬ В ВИДЕ $y - y_C = k_{CD}(x - x_C) \rightarrow y + 1 = -(x - 2) \rightarrow y = -x + 1$.

Получим уравнение высоты СД: $y = -x + 1$.

в) Найдем координаты точки Е – середины отрезка АС:

$$x_E = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{1 + 2}{2} = \frac{3}{2}; y_E = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{3 - 1}{2} = 1.$$

Для составления уравнения медианы ВЕ имеем две точки: В(-2;0) и Е (3/2;-1).

$$\text{Вспользуемся формулой: } \frac{x - x_B}{x_E - x_B} = \frac{y - y_B}{y_E - y_B} \rightarrow \frac{x + 2}{3/2 + 2} = \frac{y - 0}{-1 - 0} \rightarrow y = \frac{x + 2}{7/2} \rightarrow y = \frac{2}{7}x + \frac{4}{7}.$$

Следовательно, уравнение медианы ВЕ: $y = \frac{2}{7}x + \frac{4}{7}$.

г) Для того чтобы найти координаты точки F, нужно решить систему уравнений:

$$\begin{cases} y = -x + 1 \\ y = \frac{2}{7}x + \frac{4}{7} \end{cases} \rightarrow -x + 1 = \frac{2}{7}x + \frac{4}{7} \rightarrow \frac{9}{7}x = -\frac{3}{7} \rightarrow x = -\frac{1}{3}, y = \frac{2}{3}$$

Точка F(-1/3; 2/3) найдена.

д) Угловой коэффициент прямой CL || АВ равен угловому коэффициенту прямой АВ, т.е. $k_{CL}=1$. Так как прямая CL проходит через точку С, то пользуясь формулой $y - y_C = k_{CL}(x - x_C) \rightarrow y + 1 = 1(x - 2) \rightarrow y = x - 3$.

Таким образом, уравнение прямой CL: $y = x - 3$.

Задание №2. Линейная алгебра.

Решить систему линейных уравнений тремя методами

- а) методом Крамера;
- б) методом Гаусса.
- в) с помощью обратной матрицы

$$\begin{cases} 3x-2y+z=-7, \\ x+y-z=0, \\ 4x-3y+5z=-3. \end{cases}$$

а) метод Крамера

Вычислим определитель системы, разложив его по элементам первой строки.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & 5 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} =$$

$$= 3(5-3) + 2(5+4) + (-3-4) = 17$$

Так как $\Delta \neq 0$, то система совместна. Найдём определители $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$.

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} -2 & 1 & -7 \\ 1 & -1 & 0 \\ -3 & 5 & -3 \end{vmatrix} = -1$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -7 \\ 1 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{vmatrix} = 51 \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} 3 & -2 & -7 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & -3 & -3 \end{vmatrix} = 34$$

Применив формулу Крамера, получим

$$x = -17/17 = -1; y = 51/17 = 3; z = 34/17 = 2.$$

Ответ: $x=-1, y=3, z=2$.

б) метод Гаусса.

1 шаг: Чтобы в первом уравнении системы коэффициент при x стал равен 1, переставим местами первое и второе уравнения системы. Поставленной цели можно добиться иначе: обе части первого уравнения разделить на 3.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -2 & 1 & -7 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 4 & -3 & 5 & -3 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & -7 \\ 4 & -3 & 5 & -3 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -5 & 4 & -7 \\ 0 & -7 & 9 & -3 \end{array} \right) \rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -4/5 & 7/5 \\ 0 & -7 & 9 & -3 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -4/5 & 7/5 \\ 0 & 0 & 17/5 & 34/5 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -4/5 & 7/5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

2 шаг: С помощью первого уравнения исключим x из двух последующих уравнений системы: умножим первое уравнение на (-3) и сложим со вторым, затем умножим на (-4) и сложим с третьим уравнением системы.

3 шаг: Обе части второго уравнения разделим на (-5) , чтобы коэффициент при y стал равным 1.

4 шаг: Умножая второе уравнение на 7, и складывая его с третьим, из последнего исключаем y .

5 шаг: В последнем уравнении производим деление на $17/5$, чтобы коэффициент при z стал равным 1. Прямой ход в методе Гаусса завершен. Обратным ходом находим: $x=-1, y=3, z=2$.

Ответ: $x=-1, y=3, z=2$.

в) с помощью обратной матрицы

Решение в этом случае равно $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^{-1} \times \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix}$, где

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} A_1/\Delta & A_2/\Delta & A_3/\Delta \\ B_1/\Delta & B_2/\Delta & B_3/\Delta \\ C_1/\Delta & C_2/\Delta & C_3/\Delta \end{pmatrix} - \text{обратная матрица для матрицы } A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix},$$

$\begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix}$ - столбец свободных членов, Δ - определитель этой матрицы. Составим

матрицу, состоящую из коэффициентов при неизвестных данных системы:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & 5 \end{pmatrix} \text{ Вычислим ее определитель}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & 5 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} =$$

$$= 3(5 - 3) + 2(5 + 4) + (-3 - 4) = 17$$

Вычислим алгебраические дополнения

$$A_1 = \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot 5 - (-1) \cdot (-3) = 2$$

$$A_2 = -\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} = -(-2 \cdot 5 - 1 \cdot (-3)) = 7$$

$$A_3 = \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -2 \cdot (-1) - 1 \cdot 1 = 1$$

$$B_1 = -\begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = -(1 \cdot 5 - 4 \cdot (-1)) = -9$$

$$B_2 = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 3 \cdot 5 - 1 \cdot 4 = 11$$

$$B_3 = -\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -(-1 \cdot 3 - 1 \cdot 1) = 4$$

$$C_1 = \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-3) - 1 \cdot 4 = -7$$

$$C_2 = -\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} = -(-3 \cdot 3 - 4 \cdot (-2)) = 1$$

$$C_3 = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot 1 - 1 \cdot (-2) = 5$$

Тогда обратная матрица имеет вид:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/17 & 7/17 & 1/17 \\ -9/17 & 11/17 & 4/17 \\ -7/17 & 1/17 & 5/17 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/17 & -9/17 & -7/17 \\ 7/17 & 11/17 & 1/17 \\ 1/17 & 4/17 & 5/17 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (2 \cdot 3 - 9 \cdot 1 - 7 \cdot 2)/17 \\ (7 \cdot 3 + 11 \cdot 1 + 1 \cdot 2)/17 \\ (1 \cdot 3 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 2)/17 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -17/17 \\ 34/17 \\ 17/17 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Отметим, что ответы, полученные при решении разными методами, совпадают между собой.

ЗАДАНИЕ №3. Найти производные данных функций: а) $y = \frac{x}{4\sqrt{x^2 + 4}}$;

б) $y = \frac{1}{4} \ln \frac{x-2}{x+2}$.

а) Найдем производную функции, пользуясь формулой производной

отношения $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$$y' = \frac{1}{4} \frac{x' \sqrt{x^2 + 4} - (\sqrt{x^2 + 4})' x}{(x^2 + 4)} =$$

Вычислим производную $\sqrt{x^2 + 4}$. Так как $f(x) = \sqrt{u(x)}$, где $u(x) = x^2 + 4$, то по таблице производных сложных функций находим:

$$(\sqrt{u(x)})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}} = \frac{2x}{2\sqrt{u}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} .$$

$$= \frac{1}{4} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} x}{x^2 + 4} = \frac{1}{4} \frac{x^2 + 4 - x^2}{(\sqrt{x^2 + 4})^3} = \frac{1}{\sqrt{(x^2 + 4)^3}} .$$

Ответ: $\frac{1}{\sqrt{(x^2 + 4)^3}}$.

б)

$$y' = \frac{1}{4} \left(\ln \frac{x-2}{x+2} \right)' = \frac{1}{4} (\ln u(x))' = \frac{1}{4} \frac{u'(x)}{u(x)}$$

$$u'(x) = \left(\frac{x-2}{x+2} \right)' = \frac{(x-2)'(x+2) - (x+2)'(x-2)}{(x+2)^2} =$$

$$= \frac{1(x+2) - 1(x-2)}{(x+2)^2} = \frac{4}{(x+2)^2}$$

Подставляя $u(x)$ и $u'(x)$, получаем

$$y' = \frac{1}{4} \frac{\frac{4}{(x+2)^2}}{\frac{x-2}{x+2}} = \frac{1}{(x-2)(x+2)}$$

Ответ: $\frac{1}{x^2 - 4}$

ЗАДАНИЕ №4. Найти неопределенные интегралы. Результаты проверить дифференцированием.

а) $\int \frac{dx}{x\sqrt{\ln x + 25}}$; б) $\int x \ln x dx$.

а) Пусть требуется найти интеграл $\int f(x)dx$, причем непосредственно подобрать первообразную для $f(x)$ нельзя. Сделаем в подынтегральном выражении замену переменной, положив:

$$x = \varphi(t), dx = \varphi'(t)dt, \text{ получим } \int f(x)dx = \int f(\varphi(t))\varphi'(t)dt.$$

Функцию $x=\varphi(t)$ следует выбирать так, чтобы можно было вычислить неопределенный интеграл, стоящий в правой части равенства. При интегрировании иногда целесообразнее подбирать замену переменного не в виде $x=\varphi(t)$, а $t=\Psi(x)$.

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{\ln x + 25}} = \int \frac{dt}{\sqrt{t}} = 2\sqrt{t} + c = 2\sqrt{\ln x + 25} + c$$

Применим подстановку $\ln x + 25 = t$, $dx/x = dt$.

$$(2\sqrt{\ln x + 25} + c)' = 2 \cdot 1/2 \cdot \frac{1/x}{\sqrt{\ln x + 25}} = \frac{1}{x\sqrt{\ln x + 25}}$$

Получили подынтегральную функцию.

Ответ: $2\sqrt{\ln x + 25} + c$.

б) Интегрирование по частям $\int u dv = uv - \int v du$

Применение ее целесообразно в тех случаях, когда получаемый интеграл $\int v du$ проще исходного. Обычно за «u» принимают такую функцию, которая при дифференцировании упрощается, а за dv – ту часть подынтегрального выражения, интеграл от которой известен или может быть найден.

$$\int x \ln x dx, \text{ положим } u = \ln x, dv = x dx, \text{ тогда } du = dx/x, v = x^2/2.$$

По формуле интегрирования по частям получаем

$$\int x \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \int \frac{x}{2} dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + c.$$

Проверяем:

$$\left(\frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + c \right)' = \frac{1}{2}(x^2)' \ln x + \frac{1}{2}x^2(\ln x)' - \frac{1}{4}(x^2)' + (c)' =$$

$$= x \ln x + \frac{1}{2}x^2 \frac{1}{x} - \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot x + 0 = x \ln x.$$

Ответ: $\frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + c.$

ЗАДАНИЕ №5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=x^2$, $y=2-x^2$.

Здесь площадь ограничена двумя кривыми. Следовательно, вычисление ее производим по формуле: $S = \int_a^b (f_2(x) - f_1(x)) dx.$

Определим пределы интегрирования. Для этого найдем точки пересечения парабол $y=x^2$ и $y=2-x^2$, т.е. решим систему

$$\begin{cases} y=x^2, \\ y=2-x^2. \end{cases} \rightarrow x^2=2-x^2, \text{ или } 2(x-1)(x+1)=0, \text{ откуда } x_1=1, x_2=-1.$$

Кроме того, учитывая четность функций, т.е. симметричность площади относительно оси O_y , получим:

$$S = 2S_0 = 2 \int_0^1 ((2-x^2) - x^2) dx = 2 \int_0^1 (2-2x^2) dx = 4 \left(x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = 4(1 - 1/3) = 8/3 (\text{ед}^2)$$

Ответ: $S = \frac{8}{3} (\text{ед}^2).$

ЗАДАНИЕ №6. Найти общее (а) и частное (б) решение дифференциальных уравнений:

а) $xy' + (x+1)y = 3x^2e^{-x}$; б) $y'' - 4y' + 3y = e^{5x}$, $y(0)=3$, $y'(0)=9$.

Решение:

а) $xy' + (x+1)y = 3x^2e^{-x}.$

Перепишем уравнение в виде $y' + \frac{x+1}{x} y = 3xe^{-x}$, учитывая, что при $x=0$, $y=0$.

Здесь $P(x)=(x+1)/x$; $Q(x)=3xe^{-x}$. Следовательно, имеем линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Решим его методом Бернулли. Сделаем замену $y=uv$, $y'=u'v+uv'$.

Тогда уравнение примет вид:

$$u'v + uv' + (x+1)/x \cdot uv = 3xe^{-x};$$

$$u(v' + (x+1)/x * v) + u'/v = 3xe^{-x}.$$

Потребуем, чтобы $v' + (x+1)/x * v = 0$ или $dv/v + (x+1)/x * dx = 0$.

Интегрируя и полагая $C=1$,

$$\text{получаем } \ln v + x + \ln x = \ln c, \quad v = e^{-x - \ln x + \ln c} = \frac{c}{x} e^{-x} \quad v = \frac{e^{-x}}{x}.$$

Тогда для $u(x)$ получим уравнение $u'/v = 3xe^{-x}$ или $(u'e^{-x})/x = 3xe^{-x}$.

Разделив переменные и проинтегрировав, получим $du = 3x^2 dx$, $u = x^3 + c$.

Значит $y = \frac{(x^3 + c)e^{-x}}{x}$ - общее решение.

$$\text{Ответ: } y = \frac{(x^3 + c)e^{-x}}{x}.$$

$$\text{б) } y'' - 4y' + 3y = e^{5x}, y(0) = 3, y'(0) = 9.$$

Решение: Решим сначала однородное уравнение $y'' - 4y' + 3y = 0$

Составим характеристическое уравнение

$$k^2 - 4k + 3 = 0, \quad k_1 = 1, \quad k_2 = 3 \text{ — действительные корни,}$$

различные $y_0(x) = c_1 e^x + c_2 e^{3x}$.

Найдем теперь частное решение неоднородного уравнения $\bar{y}(x) = ce^{5x}$, т.к.

$\alpha = 5$ не является корнем характеристического уравнения. Так как $\bar{y}(x)$

является решением нашего уравнения, то, найдя \bar{y}' , \bar{y}'' и подставив все в уравнение, мы получим:

$$25ce^{5x} - 4 * 5ce^{5x} + 3ce^{5x} = e^{5x},$$

$$8ce^{5x} = e^{5x}, \quad 8c = 1, \quad c = 1/8, \quad \bar{y}(x) = \frac{1}{8} e^{5x}.$$

Тогда $y(x) = y_0(x) + \bar{y}(x)$,

$$y(x) = c_1 e^x + c_2 e^{3x} + \frac{1}{8} e^{5x} \text{ — решение.}$$

Найдем частное решение, используя начальные условия:

$$y(0) = 3, \quad 3 = c_1 + c_2 + 1/8,$$

$$y'(0) = 9, \quad y'(x) = c_1 e^x + 3c_2 e^{3x} + \frac{5}{8} e^{5x},$$

$$y'(0) = c_1 + 3c_2 + 5/8 = 9.$$

Итак, получили для определения c_1 и c_2 систему уравнений:

$$\begin{cases} c_1 + c_2 = \frac{23}{8} \\ c_1 + 3c_2 + \frac{5}{8} = 9, -2c_2 = -\frac{11}{2}, c_2 = \frac{11}{4}, c_1 = \frac{1}{8}, \rightarrow \end{cases}$$

$\rightarrow y(x) = \frac{1}{8}e^x + 2\frac{3}{4}e^{3x} + \frac{1}{8}e^{5x}$ - частное решение дифференциального уравнения.

Ответ: $\frac{1}{8}e^x + \frac{11}{4}e^{3x} + \frac{1}{8}e^{5x}$.

ЗАДАНИЕ №7. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$;

$$a_n = \frac{1}{(2n+1) \cdot 3^n}$$

Решение: $a_n = \frac{1}{(2n+1) \cdot 3^n} \quad a_{n+1} = \frac{1}{(2n+3) \cdot 3^{n+1}}$

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+3)3^{n+1}}{(2n+1)3^n} = 3.$$

Следовательно, ряд абсолютно сходится в интервале $(-3; 3)$.

На концах интервала имеем:

1) $x = +3$ Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n+1)3^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1}$

Сравним его с гармоническим $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$. Так как гармонический ряд расходится,

то расходится и рассматриваемый ряд.

2) $x = -3$. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{(2n+1)3^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$, удовлетворяет условиям признака

Лейбница, поскольку для него $v_n = \frac{1}{2n+1} > \frac{1}{2n+3} = v_{n+1}$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+1} = 0$.

Следовательно, при $x = -3$ исходный ряд сходится условно.

Ответ: $[-3; 3)$.

ЗАДАНИЕ №8. Решить задачи а) и б).

а) Пассажир может купить билет в одной из трех касс. Вероятность того, что он направится в 1-ю кассу равна $1/2$, во 2-ю $-1/3$ и в 3-ю $-1/6$. Вероятность того, что в указанных кассах нет нужных ему билетов равна: $1/5$, $1/6$ и $1/8$.

Решение:

Найдем вероятность того, что пассажир приобретет нужный ему билет. Введем гипотезы H_i - пассажир обратился в i -ю кассу. Имеем $P(H_1)=1/2$, $P(H_2)=1/3$, $P(H_3)=1/6$. Вероятности того, что, обратившись в i -ю кассу, пассажир приобретет билет, будут равны:

$$P(A/H_1)=4/5, P(A/H_2)=5/6, P(A/H_3)=7/8.$$

Подставляя эти величины в формулу полной вероятности, получим искомую вероятность

$$P(A)=1/2*4/5+1/3*5/6+1/6*7/8=593/720=0,824.$$

Найдем вероятность того, что пассажир приобрел билет в 1-ой кассе.

Используя формулу Байеса, имеем

$$P(H_1/A)=(P(H_1)P(A/H_1))/P(A)=(1/2*4/5)/(593/720)=288/593=0,486$$

Аналогично можно найти вероятности того, что пассажир приобрел билет во 2-й и 3-й кассах.

$$P(H_2/A)=\frac{P(H_2)P(A/H_2)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{6}}{\frac{593}{720}}=\frac{200}{593} \approx 0,337$$

$$P(H_3/A)=\frac{P(H_3)P(A/H_3)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{6} \cdot \frac{7}{8}}{\frac{593}{720}}=\frac{105}{593} \approx 0,177.$$

б) ВЕРОЯТНОСТЬ ТОГО, ЧТО ИЗДЕЛИЕ БРАКОВАННОЕ, РАВНА 0,125. НАЙДЕМ ВЕРОЯТНОСТЬ ТОГО, ЧТО СРЕДИ 12 ИЗДЕЛИЙ НЕ БУДЕТ НИ ОДНОГО БРАКОВАННОГО.

Решение: Имеем $n=12$, $m=0$, $p=0,125=1/8$, $q=7/8$,

$$\text{тогда } P_{12}(0)=C_{12}^0(1/8)^0(7/8)^{12}=0,251.$$

Наивероятнейшее число K_0 бракованных изделий из 12 находим по формуле

$$np - q \leq K_0 \leq np + p;$$

$$12*1/8 - 7/8 \leq K_0 \leq 12*1/8 + 1/5; \quad 5/8 \leq K_0 \leq 13/8,$$

отсюда $K_0=1$.

ВЕРОЯТНОСТЬ ТОГО, ЧТО ОДНО ИЗ 12 ИЗДЕЛИЙ БРАКОВАННОЕ РАВНА

$$P_{12}(1)=C_{12}^1(1/8)^1(7/8)^{11}=0,431$$

Вероятность того, что будет более одного бракованного изделия (т.е. не менее двух), можно вычислить так

$$P_{12}(m>1)=1-P_{12}(m<2)=1-(P_{12}(0)+P_{12}(1))=0,318$$

ЗАДАНИЕ №9. Задан закон распределения дискретной случайной величиной X :

| | | | | | | | |
|---|------|----|------|------|------|------|------|
| X | -4 | -2 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 |
| P | 0,05 | p | 0,12 | 0,23 | 0,32 | 0,14 | 0,04 |

Найдите:

- а) неизвестную вероятность p ;
- б) математическое ожидание M , дисперсию D и среднее квадратическое отклонение σ данной случайной величины;
- в) функцию распределения $F(x)$

Решение:

а) так как сумма всех вероятностей должна равняться единице, то получим уравнение:

$$0,05+p+0,12+0,23+0,32+0,14+0,04=1 \text{ Отсюда } p+0,9=1 \text{ и } p=0,1$$

б) математическое ожидание M -это сумма всех произведений значений случайной величины на их вероятности:

$$M = (-4) \cdot 0,05 + (-2) \cdot 0,1 + 0 \cdot 0,12 + 2 \cdot 0,23 + 4 \cdot 0,32 + 6 \cdot 0,14 + 8 \cdot 0,04 = \\ = -0,2 - 0,2 + 0 + 0,46 + 1,28 + 0,84 + 0,32 = 2,5$$

$$\text{Дисперсия } D = \sum_{i=1}^7 (x_i)^2 \times p_i - M^2 = (-4)^2 \cdot 0,05 + (-2)^2 \cdot 0,1 + 0^2 \cdot 0,12 + \\ + 2^2 \cdot 0,23 + 4^2 \cdot 0,32 + 6^2 \cdot 0,14 + 8^2 \cdot 0,04 - (2,5)^2 = 0,8 + 0,4 + 0 + 0,92 + 5,12 + \\ + 5,04 + 2,56 - 6,25 = 8,59$$

$$\text{Среднее квадратическое отклонение } \sigma = \sqrt{D} = \sqrt{8,59} = 2,9$$

в) Если $x \leq -4$, то $F(x) = P(X < x) = 0$

Если $-4 \leq x \leq -2$, то $F(x) = P(X < x) = 0,05$

Если $-2 \leq x \leq 0$, то $F(x) = P(X < x) = 0,05 + 0,1 = 0,15$

Если $0 \leq x \leq 2$, то $F(x) = P(X < x) = 0,05 + 0,1 + 0,12 = 0,27$

Если $2 \leq x \leq 4$, то $F(x) = P(X < x) = 0,27 + 0,23 = 0,5$

Если $4 \leq x \leq 6$, то $F(x) = P(X < x) = 0,05 + 0,32 = 0,82$

Если $6 \leq x \leq 8$, то $F(x) = P(X < x) = 0,82 + 0,14 = 0,96$

Если $x > 8$, то $F(x) = P(X < x) = 0,96 + 0,04 = 1$

Итак, функция распределения может быть записана так

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq -4 \\ 0,05, & \text{при } -4 < x \leq -2 \\ 0,15, & \text{при } -2 < x \leq 0 \\ 0,27, & \text{при } 0 < x \leq 2 \\ 0,5, & \text{при } 2 < x \leq 4 \\ 0,82, & \text{при } 4 \leq x \leq 6 \\ 0,96, & \text{при } 6 \leq x \leq 8 \\ 1, & \text{при } x > 8 \end{cases}$$

9. Информационно-технологическое обеспечение образовательного процесса по учебной дисциплине

9.1. Информационные технологии

| № п/п | Название рекомендуемых технических и компьютерных средств обучения | Номера тем |
|-------|--|------------|
| 1 | Тестирующая компьютерная программа для текущего и промежуточного контроля качества усвоения дисциплины | Все темы |

9.2 ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Доступ к ЭБС «Лань» и ЭБС «Национальный цифровой ресурс «Руконт», ЭБС «Знаниум».

Комплектование фонда проводится библиотекой с учетом требований Государственных образовательных стандартов специальностей ВО, учебных планов, в соответствии с лицензионными нормами. Пополнение книжного фонда проводится за счет приобретения изданий по конкурсу и государственному контракту с издательствами, по каталогам библиотечных коллекторов, со специализированными оптовыми книготорговыми фирмами. При этом преимущественно закупаются учебники и учебные пособия, имеющие гриф УМО и Министерства образования и науки Российской Федерации.

10 .Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Оборудование:

- проекционная аппаратура для демонстрации презентаций,
- персональные компьютеры.

11. Образовательные технологии

При проведении аудиторных занятий используются следующие образовательные технологии:

- мультимедийные объяснения материала
- электронные формы контроля
- самотестирование студентов

Традиционная лекция, традиционное практическое занятие, упражнения и контрольные работы, домашние задания.

На каждом практическом занятии, помимо разбора теоретических вопросов, студенты под руководством преподавателя самостоятельно решают задачи по текущим темам из сборников задач, разработанных преподавателями кафедры.

Лист регистрации изменений

| № п/п | Содержание изменения | Реквизиты документа об утверждении изменения | Дата введения изменения |
|----------|---|---|-------------------------------|
| 1. | Утверждена и введена в действие на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 19.03.02_Продукты питания из растительного сырья профиль подготовки Технология хлеба, кондитерских макаронных изделий, (уровень бакалавриата), утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 4 декабря 2015 г. г. № 1429 в связи с переходом на новые стандарты, с ФГОС ВПО на ФГОС ВО (ФГОС 3+) | Протокол заседания кафедры № 1 от «29 » августа 2017 года | |